

**Genoveva FARCAȘ, Marcela GORGAN,
Daniela PALAGA, Elena TUDOSE**

MATEMATICA

PE ÎNȚELESUL ȘCOLARILOR

**Metode de rezolvare a exercițiilor
și problemelor de matematică**

Aplicații pentru elevii claselor a III-a și a IV-a

Ediția a IV-a revăzută și adăugită

POLIROM
2022

© 2022 by Editura POLIROM

Această carte este protejată prin copyright. Reproducerea integrală sau parțială, multiplicarea prin orice mijloace și sub orice formă, cum ar fi xeroxarea, scanarea, transpunerea în format electronic sau audio, punerea la dispoziția publică, inclusiv prin internet sau prin rețele de calculatoare, stocarea permanentă sau temporară pe dispozitive sau sisteme cu posibilitatea recuperării informațiilor, cu scop comercial sau gratuit, precum și alte fapte similare săvârșite fără permisiunea scrisă a deținătorului copyrightului reprezintă o încălcare a legislației cu privire la protecția proprietății intelectuale și se pedepsesc penal și/sau civil în conformitate cu legile în vigoare.

Foto copertă: © IgorVetushko/Depositphotos.com

www.polirom.ro

Editura POLIROM

Iași, B-dul Carol I nr. 4; P.O. BOX 266, 700505

București, Splaiul Unirii nr. 6, bl. B3A, sc. 1, et. 1,

sector 4, 040031, O.P. 53

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României:

Matematica pe înțelesul școlărilor: metode de rezolvare a exercițiilor și problemelor de matematică –

aplicații pentru elevii claselor a III-a și a IV-a / Genoveva Farcaș, Marcela Gorgan, Daniela Palaga, Elena Tudose. –

Ed. a 4-a, rev. și adăugită. – Iași: Polirom, 2022

Conține bibliografie

ISBN 978-973-46-8888-3

I. Farcaș, Genoveva

II. Gorgan, Marcela

III. Palaga, Daniela

IV. Tudose, Elena

51

Printed in ROMANIA

Cuprins

<i>Argument</i>	9
-----------------------	---

CAPITOLUL 1

Algoritmi de rezolvare a exercițiilor

1.1. Ordinea efectuării operațiilor	13
1.2. Determinarea unui termen/factor necunoscut folosind ordinea operațiilor	15
1.2.1. <i>Exerciții propuse pentru rezolvare</i>	18
1.3. Determinarea unui termen/factor necunoscut folosind condiții date	20
1.4. Determinarea cifrelor unui număr folosind descompunerea numerelor	24
1.4.1. <i>Exerciții propuse pentru rezolvare</i>	27
1.5. Determinarea unui număr utilizând descompunerea într-un produs de doi sau mai mulți factori	29
1.5.1. <i>Exerciții propuse pentru rezolvare</i>	30
1.6. Determinarea unor reguli de calcul	32
1.6.1. <i>Exerciții propuse pentru rezolvare</i>	33
1.7. Aplicarea proprietăților operațiilor aritmetice	38
1.7.1. <i>Exerciții propuse pentru rezolvare</i>	39

CAPITOLUL 2

Metode de rezolvare a problemelor de matematică

2.1. Metoda grafică	43
2.2. Metoda algebrică	44

2.3. Probleme de sumă și raport	45
2.3.1. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	49
2.4. Probleme de diferență și raport	53
2.4.1. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	57
2.5. Probleme de sumă și diferență	60
2.5.1. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	67
2.6. Probleme combinate	73
2.6.1. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	75
2.7. Proba împărțirii cu rest	88
2.7.1. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	89
2.8. Metoda mersului invers	94
2.8.1. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	96
2.9. Probleme de eliminare a unei mărimi prin înlocuire	100
2.9.1. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	105
2.10. Metoda falsei ipoteze și metoda ipotezelor	108
2.10.1. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	115
2.11. Metoda comparației	123
2.11.1. <i>Probleme care au același termen de comparație</i>	123
2.11.2. <i>Probleme în care intervine aducerea la același termen de comparație</i>	124
2.11.3. <i>Probleme propuse pentru rezolvare</i>	126
2.12. Probleme de transfer	128
2.13. Probleme de logică	134
2.14. Probleme cu conținut geometric	140
Teste	143
<i>Răspunsuri</i>	153
<i>Bibliografie</i>	167

2.8. Metoda mersului invers

A rezolva o problemă prin metoda mersului invers înseamnă a reface calculele în sens invers celor indicate de text până se ajunge la elementul de bază pe care s-a construit problema.

Problemă

Bunica avea într-un coș un număr de mere. Ana mănâncă un sfert din ele, Sandra jumătate din câte au rămas, iar Alexandra a treia parte din noul rest. În final, în coș mai erau 10 mere. Câte mere au fost inițial în coș?



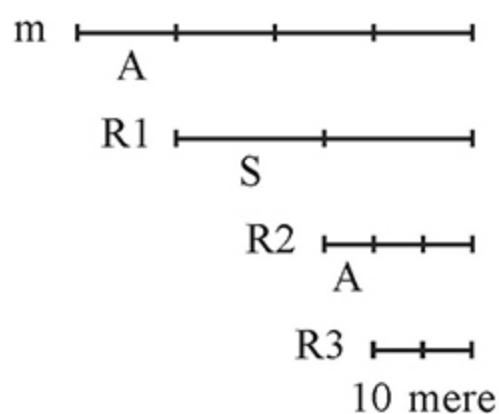
Rezolvare aritmetică

Scriem datele problemei astfel încât să se pună în evidență relațiile dintre ele.

nr. merelor = m
 R_1, R_2, R_3 = resturile fiecărei etape
 Ana $\Rightarrow m : 4 \Rightarrow R_1$
 Sandra $\Rightarrow R_1 : 2 \Rightarrow R_2$
 Alexandra $\Rightarrow R_2 : 3 \Rightarrow R_3$

 $R_3 = 10$
 Total = ? mere

Reprezentare grafică



Plan de rezolvare

Rezolvarea problemei se face urmărind îndeaproape și completând reprezentarea grafică. Dacă $R3 = 10$, atunci și partea de deasupra egală cu el este tot 10 (completăm pe reprezentare).

Observăm că:

- ❖ 2 părți din $R2 = 10$

$$\begin{aligned} 1 \text{ parte din } R2 &= 10 : 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$R2 = 5 \times 3$$

$$\mathbf{R2 = 15}$$

Completăm valoarea lui $R2$ pe reprezentarea grafică.

- ❖ Dacă $R2 = 15$, atunci și segmentul de deasupra lui este tot 15.

$$1 \text{ parte din } R1 = 15$$

$$R1 = 2 \times 15$$

$$R1 = 30$$

Completăm valoarea pe desen.

- ❖ Dacă $R1 = 30$, atunci și partea de deasupra egală cu el este tot 30. Observăm că:

$$3 \text{ părți din } \mathbf{m} = 30$$

$$1 \text{ parte din } \mathbf{m} = 10 \Rightarrow \mathbf{m} = 10 \times 4$$

$$\mathbf{m = 40}$$

- ❖ Verificare: $m : 4 \Rightarrow R1$

$$40 : 4 = 10$$

$$40 - 10 = 30 \Rightarrow R1$$

$$30 : 2 = 15$$

$$30 - 15 = 15 \Rightarrow R2$$

$$15 : 3 = 5$$

$$15 - 5 = 10$$

$$R3 = 10 \text{ (adevărat)}$$



Rezolvarea algebrică este mai dificilă pentru clasele a III-a și a IV-a.

2.8.1. Probleme propuse pentru rezolvare

1. Corina are o sumă de bani. Cu a treia parte din sumă ea își cumpără o carte, iar cu un sfert din rest un stilou. Ce sumă a avut la început, dacă acum mai are 21 de lei?

2. Elevii clasei noastre și-au propus să străbată într-o drumeție un traseu în trei zile. În prima zi au străbătut o jumătate din traseu, a doua zi un sfert din rest, iar în ultima zi cei 6 km rămași. Ce lungime a avut întregul traseu?

3. Dintr-o cutie de bomboane, Mălina păstrează pentru ea un sfert, jumătate din cele rămase i le dă fratelui său, cu a treia parte din noul rest o servește pe mama, iar ceea ce-i rămâne, adică 12 bomboane, oferă prietenilor. Câte bomboane au fost la început în cutie?

4. La piață, un țăran a vândut în prima zi o jumătate din întreaga cantitate de cartofi, a doua zi un sfert din ceea ce i-a rămas, a treia zi un sfert din noul rest, rămânându-i nevândute 18 kg. Cu câte kilograme de cartofi a venit țăranul la piață?

5. În vacanța de vară, Andrada are de rezolvat un număr de probleme. În prima lună rezolvă a treia parte din total, în a doua lună a treia parte din rest, în a treia lună a treia parte din noul rest plus ultimele 16 probleme. Câte probleme a rezolvat Andrada în acea vacanță?

6. Roxana a plecat la piață cu o sumă de bani să cumpere fructe. Pe mere a dat a cincea parte din sumă, pe piersici a cheltuit jumătate din rest, pe prune un sfert din noul rest, iar cu banii rămași și-a cumpărat 2 kg caise a 15 lei/kg. Ce sumă a avut Roxana la început și câți lei a dat pe fiecare fel de fructe?

7. La o florărie s-au adus pentru vânzare mai multe flori. Garoafe erau jumătate din numărul total, crini erau două treimi din rest, frezii erau trei pătrimi din noul rest, iar tuberoze patru. Câte flori s-au adus în total la vânzare? Dar de fiecare fel?

8. La Galeriile de Artă din orașul nostru s-a deschis o expoziție de tablouri. Două pătrimi din numărul acestora erau pictate cu flori, trei pătrimi din rest erau peisaje, iar 15 erau icoane. Câte tablouri erau expuse la Galeriile de Artă?

9. Lavinia a primit de la bunicul ei o sumă de bani. Cu jumătate din sumă și-a cumpărat o rochie, cu două treimi din rest sandale, iar cu suma rămasă și-ar putea cumpăra 2 cărți la 13 lei bucata. Ce sumă a primit Lavinia de la bunicul?

10. O echipă de constructori a folosit în trei zile la construirea unei vile un număr de cărămizi. În prima zi s-au folosit trei cincimi din total, a doua zi trei pătrimi din rest, iar în ultima zi cele 200 de cărămizi rămase. Câte cărămizi s-au folosit în total la construirea acelei vile?

11. Beatrice a citit în trei zile o carte de povești. În prima zi a citit cu 3 pagini mai mult decât jumătate din total, a doua zi cu 3 pagini mai mult decât un sfert din rest, iar în ultima zi cele 6 pagini rămase. Câte pagini are cartea și câte pagini a citit Beatrice în fiecare din primele două zile?

12. La biblioteca școlii noastre s-au adus cărți noi care au fost așezate pe trei rafturi astfel: pe primul raft s-au așezat un sfert din total și încă 3 cărți, pe al doilea raft s-au așezat cu 1 mai mult decât două treimi din numărul celor rămase, iar pe al treilea raft s-au așezat restul de 10 cărți. Câte cărți s-au primit la bibliotecă? Câte cărți sunt acum pe fiecare raft?

13. O femeie a adus la piață un coș cu ouă. Primul cumpărător a luat jumătate din numărul de ouă și încă 2, al doilea a luat jumătate din rest și încă 2 ouă, al treilea jumătate din noul rest și încă 2 ouă. În coș au mai rămas 2 ouă. Câte ouă a avut femeia în coș? Câte ouă a luat fiecare cumpărător?

14. În patru saci era o cantitate de cartofi. În primul sac erau cu 3 kg mai puțin decât jumătate din întreaga cantitate, în al doilea sac erau o treime din rest și încă 4 kg, iar în al treilea sac era o cantitate dublă față de ultimul sac, acesta din urmă având 20 kg. Ce cantitate de cartofi era în total? Dar în fiecare sac?

15. Un teren a fost împădurit în trei zile cu un număr de puiți de stejar. În prima zi s-a plantat un sfert din numărul total și încă 3 stejari, a doua zi o treime din rest și încă 4 stejari, iar a treia zi restul de 20 de stejari. Câți stejari au fost plantați în cele trei zile?

16. Să se afle numărul natural din care, dacă scădem un sfert, apoi din rest scădem a treia parte și din noul rest mai scădem jumătate, obținem 250.

17. Un drumeț parcurge în prima zi un sfert din tot drumul, a doua zi o treime din cât mai avea de parcurs, a treia zi jumătate din ce a rămas, iar a patra zi ultimii 50 km. Ce lungime are drumul?

18. Bunica le lasă celor patru nepoți un coș cu mere. Fiecare dintre ei, crezând că este primul, ia jumătate din mere și pleacă. Dacă în coș rămân 5 mere, câte au fost inițial?

19. La o librărie se vând în prima zi două cincimi din numărul caietelor, a doua zi cinci noimi din ce a rămas, a treia zi un sfert din rest și a patra zi restul de 12 caiete. Câte caiete au fost la început?

20. Barbu a vopsit un gard în patru zile. În prima zi a vopsit trei șeptimi, a doua zi patru cincimi din rest, a treia zi jumătate din noul rest, iar în ultima zi a vopsit ultimii 10 metri. Ce lungime are gardul?

21. Corina avea o sumă de bani. Ea a cheltuit în prima zi o cincime din sumă, a doua zi o pătrime din rest, a treia zi o treime din noul rest, iar a patra zi jumătate din ce i-a mai rămas și a constatat că mai are 50 de lei. Ce sumă a avut Corina la început?

22. Un ciclist parcurge un traseu în patru etape. În prima etapă parcurge jumătate din traseu și încă 5 km, în a doua etapă parcurge jumătate din rest și încă 5 km, în a treia etapă jumătate din noul rest și încă 5 km, iar în ultima etapă parcurge 5 km. Ce lungime are întregul traseu?

23. Un cioban se duce la târg cu mai multe oi pentru a le vinde. El vinde succesiv: a treia parte din oi, 4 oi, jumătate din ce a rămas, o oaie, a treia parte din ce i-a rămas, 5 oi, apoi se întoarce acasă cu 9 oi. Cu câte oi venise la târg?

24. Dintr-un autobuz au coborât în prima stație jumătate din călători, la cea de-a doua o treime din cei rămași, iar la a treia stație a cincea parte din cei care mai erau în autobuz. Câți călători au fost inițial în autobuz, dacă au mai rămas 16 călători, iar pe parcurs nu au mai urcat alții?

25. Câte ouă au fost inițial într-un coș, dacă primul cumpărător a luat o cincime din total, al doilea trei optimi din rest, al treilea jumătate din ouăle rămase, iar ultimul cumpărător a luat numai 8 ouă, pentru că unul era spart, iar unul crăpat?

26. Dintr-un bidon cu vin s-au consumat în prima zi două treimi din cantitate și încă 2 litri. A doua zi s-au consumat un sfert din cantitatea rămasă și încă 1 litru. Ce cantitate era la început, dacă pentru a treia zi au rămas 14 litri de vin?

27. O femeie vinde nuci la trei cumpărători. Primului îi vinde o cincime din nuci și încă 24 de nuci, celui de-al doilea o pătrime din rest și încă 24 de nuci, iar celui de-al treilea o treime din rest și încă 24 de nuci. Câte nuci a avut la început?

28. Un automobilist avea de străbătut un traseu în patru zile. În prima zi a mers o șesime din drum, a doua zi jumătate din rest, a treia zi un sfert din noul rest și în ultima zi 270 km. Care este lungimea totală a traseului?

29. Alex avea de rezolvat mai multe probleme de matematică. În prima zi a rezolvat două șeptimi din numărul total, a doua zi două treimi din rest, a treia zi jumătate din noul rest și i-au rămas pentru ultima zi 15 probleme. Câte probleme a avut de rezolvat Alex?

30. Într-un rezervor se află o cantitate de benzină. În fiecare zi se scoate a treia parte din cantitate și încă 16 litri. După trei zile, rezervorul rămâne gol. Câți litri au fost la început în rezervor?

31. La un magazin s-a adus o cantitate de gutui, din care s-au vândut în prima zi a treia parte și încă 6 kg, a doua zi trei sferturi din ce a rămas și încă 8 kg, iar în a treia zi ultimele 10 kg. Ce cantitate de gutui a fost la început?

32. Cristina mănâncă în prima zi cu 2 fursecuri mai puțin decât un sfert din cele pe care le avea. A doua zi mănâncă trei sferturi din rest și încă unul. A treia zi mănâncă jumătate din noul rest și încă 3 fursecuri și îi mai rămân 2. Câte fursecuri a avut Cristina la început?

33. La o grădiniță s-au consumat într-o zi cu 3 litri de lapte mai puțin decât patru șeptimi din cantitatea totală. A doua zi s-au consumat o treime din rest și încă 8 litri și au mai rămas 12 litri. Ce cantitate de lapte a fost la început?

34. Cu jumătate din banii pe care îi are, Iulian cumpără un album, iar cu trei optimi din rest mai cumpără un DVD. Ce sumă a avut la început, dacă i-au mai rămas 75 de lei?

35. Sebi și bunicul său au plantat răsaduri de roșii în grădină. În prima zi au plantat o șesime din cât și-au propus, a doua zi cu 2 răsaduri mai puțin decât jumătate din rest, a treia zi un sfert din noul rest și le-au mai rămas de plantat 39 de fire. Câte răsaduri au avut de plantat la început?